$\sqrt{f(x)}$

MATHEMATIQUES APPLIQUEES

Résolution analytique d'un système de 2 équations

7

1 – Donnée

Soit x et y deux inconnues réelles liées entre elles par deux relations linéaires du premier ordre :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 & (1) \\ -4x + 3y = 7 & (2) \end{cases}$$

Résoudre le système d'équations consiste à déterminer les valeurs de x et y qui le vérifient. Plusieurs techniques sont possibles, toutes équivalentes bien entendu.

2 – Technique dite « par substitution »

Méthode : *On exprime une des deux inconnues en fonction de l'autre à l'aide d'une des équations, et l'on substitue le résultat obtenu dans l'équation restante.*

$$(1) \rightarrow x = \frac{1+y}{2}$$

$$(2) \rightarrow -4 \times \frac{1+y}{2} + 3y = 7 \quad \Leftrightarrow \quad -2 - 2y + 3y = 7 \quad \Leftrightarrow \quad y = 9$$

On recherche ensuite x : $x = \dfrac{1+y}{2} = \dfrac{1+9}{2} = \dfrac{10}{2} = 5$

$$\boxed{\begin{cases} x = 5 \\ y = 9 \end{cases}}$$

3 – Technique dite « par identification »

Méthode : *On exprime une inconnue en fonction de l'autre à l'aide des deux équations, et on identifie les membres de droite.*

$(1) \rightarrow x = \dfrac{1+y}{2}$ et $(2) \rightarrow x = \dfrac{3y-7}{4}$

Par identification, on a :

$$\frac{1+y}{2} = \frac{3y-7}{4} \quad \Leftrightarrow \quad 4 \cdot (1+y) = 2 \cdot (3y-7) \quad \Leftrightarrow \quad 4 + 4y = 6y - 14 \quad \Leftrightarrow \quad 4y - 6y = -14 - 4$$

$\Leftrightarrow \quad -2y = -18 \quad \Leftrightarrow \quad y = \dfrac{-18}{-2} = 9$ *; trouver x est ensuite immédiat.*

4 – Technique dite « par combinaison linéaire »

Méthode : *On multiplie l'une ou les deux équations par des nombres convenablement choisis de manière à ce que l'une des inconnues disparaisse par addition membre à membre.*

On peut par exemple faire 3 x l'équation (1) + 1 x l'équation (2) ; ceci va éliminer l'inconnue y :

$3 \times (1) \rightarrow 6x - 3y = 3$ et $1 \times (2) \rightarrow -4x + 3y = 7$

$$3 \times (1) + 1 \times (2) \rightarrow (6x - 3y) + (-4x + 3y) = 3 + 7 \quad \Leftrightarrow \quad 2x = 10 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{10}{2} = 5$$

Trouver y est ensuite immédiat.